NORDAN ETT

Trosa Stadshotell, 14-16 mars 1997

DEN allra första Nordan-konferensen gick av stapeln vid "världens ände" i den idylliska småstaden Trosa, där deltagarna kunde betrakta Hale–Bopps komet som passerade över himlavalvet denna marsmånad. De nio föredragen videofilmades av doktoranderna Andreas Nilsson och Anders Olofsson. Konferensen uppmärksammades dessutom i lokalpressen genom att reportern Jonas Björnstam från *Södermanlands Nyheter* kom till Stadshotellet och intervjuade bland andra Lars Hörmander och Christer Kiselman. Det resulterade i en artikel med rubriken "Matematik i en högre division" i måndagens tidning.

DELTAGARE

Leif Abrahamsson (Uppsala)
Lars Alexandersson (Göteborg)
Mats Andersson (Göteborg)
Jockum Aniansson (Stockholm)
Jim Arlebrink (Borås)
Ulf Backlund (Umeå)
Bo Berndtsson (Göteborg)
Jan-Erik Björk (Stockholm)
Jan Boman (Stockholm)
Jörgen Boo (Göteborg)
Hasse Carlsson (Göteborg)
Henrik Delin (Göteborg)
Peter Ebenfelt (Stockholm)
Lars Filipsson (Stockholm)
Mikael Forsberg (Stockholm)
Anders Fällström (Umeå)
Peter Grenholm (Uppsala)
Stefan Halvarsson (Uppsala)
Gennadi Henkin (Paris)
Lars Hörmander (Lund)
Björn Ivarsson (Uppsala)
Burglind Juhl-Jöricke (Berlin)
Christer Kiselman (Uppsala)
Finnur Lárusson (London)
Erik Løw (Oslo)
Per Manne (Bergen)
Andreas Nilsson (Stockholm)
Anders Olofsson (Stockholm)
Mikael Passare (Stockholm)
Timur Sadykov (Krasnojarsk)
Nikolay Shcherbina (Göteborg)
Ragnar Sigurdsson (Reykjavik)
Johan Thorbiörnson (Sundsvall)
August Tsikh (Krasnojarsk)
Wang Xiaoqin (Gävle)
Yang Xing (Umeå)
Alain Yger (Bordeaux)
Ozan Öktem (Stockholm)
Nils Øvrelid (Oslo) [39 personer]

PROGRAM

Fredag 14 mars

15.15-16.00 Christer Kiselman *The Behnke–Peschl condition is sufficient for weak lineal convexity*
16.15-17.00 Stefan Halvarsson *On generalized indicator functions*
17.15-18.00 Burglind Juhl–Jöricke *Local polynomial hulls of discs near isolated parabolic points*

Lördag 15 mars

10.30-11.30 Lars Hörmander *Spacelike asymptotics of positive energy solutions of the Klein–Gordon equation*
15.15-16.00 Ulf Backlund *The Gleason property for Reinhardt domains*
16.15-17.00 Jörgen Boo *Canonical homotopy operators for* $\bar{\partial}$
17.15-18.00 Finnur Lárusson *New constructions of pluricomplex functions on manifolds*

Söndag 16 mars

10.15-11.00 Gennadi Henkin *On boundaries of complex analytic varieties*
11.15-12.00 Bo Berndtsson *Some variations on Hörmander's* L^2*-estimates for* $\bar{\partial}$

ARRANGÖRER

Peter Ebenfelt och Mikael Passare

FINANSIÄRER

Naturvetenskapliga forskningsrådet
Kungliga tekniska högskolan
Stockholms universitet

Christer Kiselman

Behnke–Peschl-villkoret är tillräckligt för svag lineell konvexitet

I en artikel publicerad i *Mathematische Annalen* år 1935 införde Heinrich Behnke och Ernst Peschl ett konvexitetsbegrepp kallat *Planarkonvexität*, som numera går under namnet *svag lineell konvexitet.* De visade att för områden i rummet av två komplexa variabler, med rand av klass C^2, medför denna egenskap att en differentialolikhet är uppfylld vid varje randpunkt. Vi visar här att omvänt är differentialolikheten tillräcklig för att medföra svag lineell konvexitet.

Lineell konvexitet är ett konvexitetsbegrepp i komplex geometri som är ett mellanting mellan vanlig konvexitet och pseudokonvexitet. En mängd i $\mathbb{C}^n$ är per definition lineellt konvex om dess komplement är en union av komplexa hyperplan. En öppen mängd kallas svagt lineellt konvex om det genom varje randpunkt går ett komplext hyperplan som inte skär mängden. Om mängdens rand är av klass C^1 betyder svag lineell konvexitet helt enkelt att inget tangentplan får skära mängden.

Både vanlig konvexitet och pseudokonvexitet kan karakteriseras infinitesimalt. Ett område i $\mathbb{R}^n$ med rand av klass C^2 är konvext om och endast om Hessianen för en definierande funktion är positivt semidefinit i tangentrummet vid varje randpunkt. På liknande sätt är en öppen mängd i $\mathbb{C}^n$ med C^2 rand pseudokonvex om och endast om Leviformen för en definierande funktion är positivt semidefinit i det komplexa tangentrummet vid varje randpunkt (*Levi-villkoret*).

I analogi med dessa bägge klassiska resultat ska vi bevisa att en sammanhängande öppen delmängd av $\mathbb{C}^n$ med C^2 rand är svagt lineellt konvex om och endast om den reella Hessianen för en definierande funktion är positivt semidefinit i det komplexa tangentrummet vid varje randpunkt (*Behnke–Peschl-villkoret*).

Litteraturhänvisning

CHRISTER KISELMAN A differential inequality characterizing weak lineal convexity
Mathematische Annalen **311** (1998) 1-10

Stefan Halvarsson

Om generaliserade indikatorfunktioner

Vi inför ett nytt tillväxtmått som kan användas som en förfining av Kiselmans relativa ordning för konvexa och hela funktioner. Indikatorfunktionerna från den klassiska teorin kan generaliseras till en godtycklig relativ ordning, och vi bevisar en generaliserad (cirkulär) indikatorsats.

De klassiska begreppen ordning och typ som mått på tillväxten hos hela funktioner generaliserades 1993 av Christer Kiselman. Han införde de två duala begreppen *relativ ordning* och *relativ typ* på följande sätt: Givet två funktioner f och g så ges ordningen för f med avseende på g av

$$\operatorname{order}(f : g) = \inf\Big\{a > 0;\ \exists c_a \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \leq \frac{1}{a}\, g(ax) + c_a\Big\},$$

medan typen för f med avseende på g definieras som

$$\operatorname{type}(f : g) = \inf\Big\{b > 0;\ \exists c_b \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \leq b\, g(x) + c_b\Big\}.$$

Om $\tilde{f}$ betecknar Fenchel-transformen (även kallad Legendre-transformen) av f så gäller nu sambandet $\operatorname{order}(\tilde{f} : g) = \operatorname{type}(\tilde{g} : f)$.

Våra nya tillväxtmått definieras nu på följande vis: Givet två funktioner f och g så ges *skiftet* för f med avseende på g av

$$\operatorname{shift}(f : g) = \inf\Big\{a > 0;\ \exists c_a \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \leq g(x + \log a) + c_a\Big\},$$

medan *tiltet* för f med avseende på g definieras som

$$\operatorname{tilt}(f : g) = \inf\Big\{b > 0;\ \exists c_b \in \mathbb{R},\ \forall x \in \mathbb{R},\ f(x) \leq g(x) + x \log b + c_b\Big\}.$$

Relativt skift och tilt är duala till varandra via Fenchel-transformen, precis som relativ ordning och typ. Givet hela funktioner F och G så tillämpar vi ovanstående definitioner på deras respektive tillväxtfunktioner $f(x) = \sup_{|z|=e^x} \log |F(z)|$, och motsvarande för g och G.

Litteraturhänvisningar

STEFAN HALVARSSON Relative shift as a refinement of the relative order for convex or entire functions *Uppsala Dissertations in Mathematics* **4** (1996) 135-150

CHRISTER KISELMAN Order and type as measures of growth for convex or entire functions *Proceedings of the London Mathematical Society* **66** (1993) 152-186

Burglind Juhl–Jöricke

Lokala polynomiella höljen till skivor nära isolerade paraboliska punkter

Errett Bishop var den förste som insåg att inbäddade 2-sfärer i $\mathbb{C}^2$ måste ha punkter med komplex tangering. Han införde en klassificering av de komplexa tangentpunkterna hos inbäddade 2-ytor i strikt pseudokonvexa ränder: Dessa kan vara elliptiska, hyperboliska eller paraboliska.

En 2-yta är aldrig lokalt polynomkonvex i närheten av en elliptisk punkt (visat av Bishop 1965), medan den alltid är lokalt polynomkonvex vid hyperboliska punkter (visat av Franc Forstnerič och Lee Stout 1991).

Paraboliska punkter uppträder inte hos enstaka generiskt inbäddade 2-ytor, men vid studiet av parametriserade familjer av inbäddade 2-sfärer dyker även dessa paraboliska punkter upp generiskt, till exempel när en elliptisk och en hyperbolisk punkt kollapsar. Det har varit en öppen fråga huruvida inbäddade skivor av klass C^2 alltid är lokalt polynomkonvexa kring isolerade paraboliska punkter av index noll.

Vi besvarar denna fråga med "nej" genom att konstruera ett explicit exempel på en strikt pseudokonvex rand $\partial\Omega$ av klass C^∞ och en sluten inbäddad skiva $\Delta \subset \partial\Omega$ av klass C^2 med en isolerad parabolisk punkt av index noll, sådan att godtyckligt små omgivningar i Δ av den paraboliska punkten innehåller analytiska skivor i sina polynomkonvexa höljen.

Vi visar mer precist att om det essentiella lokala höljet inte är tomt så utgörs dess spår på skivan Δ av en enda *lök*. Med en lök (tidigare använde vi termen kronblad) menas här det slutna höljet K av ett område innehållet i en kon med spets i den paraboliska punkten, sådant att K är en union av ränder av analytiska skivor, där var och en av dessa ränder går genom den paraboliska punkten.

Litteraturhänvisning

BURGLIND JÖRICKE Local polynomial hulls of discs near isolated parabolic points
Indiana University Mathematics Journal **46** (1997) 789-826

Lars Hörmander

Rumslik asymptotik hos lösningar till Klein–Gordon-ekvationen med positiv energi

Fourier-transformen av en tempererad lösning till Klein–Gordons ekvation $(\partial_t^2 - \Delta + 1)u = 0$ har sitt stöd på hyperboloiden $\{(\tau, \xi) \in \mathbb{R}^{1+n};\ \tau^2 = |\xi|^2 + 1\}$. Lösningen sägs ha positiv energi om stödet ligger på den mantelyta där $\tau > 0$.

Syftet med detta föredrag är att diskutera hur fort sådana lösningar kan avta i rumslika riktningar. I termer av Cauchy-data $u(0,x) = u_0(x)$ och $\partial_t u(0,x) = u_1(x)$ betyder positiv energi att $\hat{u}_1(\xi) = -i(1 + \langle \xi, \xi \rangle)^{1/2} \hat{u}_0(\xi)$ för $\xi \in \mathbb{R}^n$. Genom att utnyttja kvadratrotens förgrening då ξ blir en rent imaginär enhetsvektor inser man lätt att det inte finns några lösningar med positiv energi vars Cauchy-data avtar som $e^{-a|x|}$, med $a > 1$, då $x \to \infty$.

Mer exakt bevisar vi att det ej existerar icketriviala lösningar med positiv energi vars Cauchy-data uppfyller

$$\int_{\mathbb{R}^n} (|u_0(x)| + |u_1(x)|) \exp(|x| + c\sqrt{|x|})\, dx < \infty, \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad c > 0,$$

medan det för varje $a \in (0, 1/2)$ finns sådana lösningar som uppfyller

$$(*) \qquad (|u_0(x)| + |u_1(x)|) \exp(|x| + |x|^a) \le C, \quad x \in \mathbb{R}^n.$$

Om $u^{\pm}$ betecknar den positiva (respektive negativa) energikomponenten av en lösning till Klein–Gordon-ekvationen med kompaktstödda Cauchy-data, så gäller

$$u^{\pm}(t, r\omega) = \pm \frac{1}{2} i (2\pi r)^{-n/2} e^{-r} \Big((-1)^{\nu_0} (2\nu_0 + 1)!!\, r^{-1-\nu_0} t \big(\hat{v}_0(i\omega) + O(r^{-1})\big)$$
$$+ (-1)^{\nu_1} (2\nu_1 - 1)!!\, r^{-\nu_1} \big(\hat{v}_1(i\omega) + O(r^{-1})\big) \Big), \quad r > 0, \quad |\omega| = 1,$$

där $\hat{v}_j$ betecknar Fourier-transformen av u_j med alla faktorer $1 + \langle \zeta, \zeta \rangle$ borttagna. Således kan $e^{|x|} u^{\pm}(t, x)$ endast avta som en potens av $1/|x|$ i generiska riktningar.

Poängen med Klein–Gordon-ekvationen är dess relativistiska invarians. Ur den synvinkeln kan en lösning med positiv energi inte avta med hastigheten i (*): Vi bevisar att om u är en lösning med positiv energi sådan att

$$|u(t,x)| \le C(|x|^2 - t^2)^{-\frac{1}{4}n - \frac{1}{2}\gamma} e^{-\sqrt{|x|^2 - t^2}}, \quad \text{om} \quad t^2 < \delta |x|^2,$$

där $\gamma > 0$, $\delta > 0$, så måste $u = 0$. Beviset bygger delvis på en analytisk fortsättning inuti den komplexa hyperboloiden $\mathcal{H}_{\mathbb{C}} = \{\zeta \in \mathbb{C}^n;\ 1 + \langle \zeta, \zeta \rangle = 0\}$.

Litteraturhänvisning

Lars Hörmander Remarks on the Klein–Gordon and Dirac equations
Contemporary Mathematics **205** (1997) 101-125

Ulf Backlund

Gleasons egenskap för Reinhardt-områden

Givet ett område Ω i $\mathbb{C}^n$ betecknar vi med $A(\Omega)$ den likformiga algebran bestående av de funktioner som är analytiska i Ω och kontinuerliga på dess slutna hölje $\overline{\Omega}$. Ett begränsat område Ω sägs ha Gleasons egenskap A, eller kortare *Gleason-egenskapen*, i punkten $p \in \Omega$ om det maximalideal i algebran $A(\Omega)$ som utgörs av de funktioner som är noll i p genereras algebraiskt av koordinatfunktionerna $z_1 - p_1, \ldots, z_n - p_n$. Det vill säga att för varje element $f \in A(\Omega)$ ska det finnas en uppdelning

$$f(z) = \sum_{k=1}^{n} (z_k - p_k)\, f_k(z)\ ,$$

där funktionerna f_k också tillhör algebran $A(\Omega)$. Om Ω har Gleason-egenskapen i alla sina punkter så säger vi kort och gott att Ω har Gleason-egenskapen.

Andrew Gleason frågade 1964 huruvida enhetsklotet i $\mathbb{C}^2$ har egenskapen i origo, och strax därefter bevisade Zinovy Leibenzon att konvexa områden i $\mathbb{C}^n$ med C^2 rand har Gleason-egenskapen. För strikt pseudokonvexa områden löstes problemet i början av sjuttiotalet. Nils Øvrelid visade 1971 att Gleason-egenskapen gäller för strikt pseudokonvexa områden i $\mathbb{C}^n$ med rand av klass C^2.

Vi bevisar här att alla pseudokonvexa Reinhardt-områden i $\mathbb{C}^2$ med C^2 rand har Gleason-egenskapen. Den största svårigheten uppstår när baspunkten p ligger nära randen, men samtidigt i viss mening långt från mängden av strikt pseudokonvexa randpunkter.

Litteraturhänvisning

ULF BACKLUND & ANDERS FÄLLSTRÖM The Gleason property for Reinhardt domains *Mathematische Annalen* **308** (1997) 85-91

Jörgen Boo

Kanoniska homotopioperatorer för $\bar\partial$

Låt $D = \{\rho < 0\}$ vara ett strängt pseudokonvext område i $\mathbb{C}^n$ med slät rand ∂D. Det är av flera olika skäl naturligt att betrakta viktade rum L^2_α, bestående av (p,q)-former i D som är kvadratintegrabla med avseende på vikterna $(-\rho)^\alpha$, $\alpha > 0$, och på metriken som induceras av $(1,1)$-formen

$$\Omega = (-\rho)\, i\,\partial\bar\partial \log(-1/\rho)\,.$$

Mer precist utgörs L^2_α av de former f som uppfyller

$$||f||^2_\alpha := \frac{\Gamma(n+\alpha)}{(2\pi)^n n!\,\Gamma(\alpha)} \int_D (-\rho)^\alpha\, |f|^2\, \Omega^n < \infty,$$

där $|f|$ betecknar den punktvisa normen av f i den metrik som definieras av Ω.

(1) Metriken reflekterar den välbekanta skillnaden i beteende hos $\bar\partial$ i normala respektive tangentiella riktningar nära randen.

(2) Vissa explicita lösningsoperatorer K_α till $\bar\partial$ visar sig vara kanoniska med avseende på L^2_α. (Detta gäller i klotet; i det allmänna fallet är operatorerna endast approximativt kanoniska.)

(3) När exponenten α går mot noll konvergerar de kanoniska lösningsoperatorerna K_α mot den kanoniska lösningsoperatorn K_b till $\bar\partial_b$ på randen ∂D. Vidare kan K_α representeras i termer av randvärden till $K_{\alpha-1}$ i området $\{\rho(z) + |w| < 0\} \subset \mathbb{C}^{n+1}$.

En viktig roll i studiet av $\bar\partial$-operatorn på rummen L^2_α spelas av den formella adjunkten $\bar\partial^*_\alpha$ till $\bar\partial$, det vill säga den operator som för testformer f, g uppfyller relationen

$$\left(\bar\partial f,\, g\right)_\alpha = \left(f,\, \bar\partial^*_\alpha g\right)_\alpha.$$

Här betecknar $(\ ,\ )_\alpha$ den inre produkt som hör ihop med normen $||\ ||_\alpha$.

Litteraturhänvisning

Mats Andersson, Jörgen Boo & Joaquim Ortega-Cerdà Canonical homotopy operators for the $\bar\partial$ complex in strictly pseudoconvex domains
Bulletin de la Société Mathématique de France **126** (1998) 245-271

Finnur Lárusson

Nya konstruktioner av plurikomplexa funktioner på mångfalder

I detta föredrag presenteras ett gemensamt arbete med Ragnar Sigurdsson. Låt X vara en komplex mångfald och $\mathcal{A}$ familjen av holomorfa avbildningar från den slutna enhetsskivan in i X. En diskfunktional på X är en avbildning $H\colon \mathcal{A} \to [-\infty, \infty)$. Enveloppen till H definieras som den funktion $EH\colon X \to [-\infty, \infty)$ för vilken $EH(x)$ är infimum av talen $H(f)$ där $f \in \mathcal{A}$ uppfyller $f(0) = x$. Genom Evgeny Poletskys arbeten har det visat sig att enveloppen till vissa diskfunktionaler på områden i $\mathbb{C}^n$ är plurisubharmoniska.

Här diskuterar vi diskfunktionaler av en typ som vi kallar Lelong-funktionaler. Låt α vara en icke-negativ funktion på X. Motsvarande Lelong-funktional H ges då av uttrycket

$$H(f) = \sum_{z \in \mathbb{D}} \alpha(f(z))\, m_z(f) \log|z|, \qquad f \in \mathcal{A},$$

där $m_z(f)$ betecknar multipliciteten för f i punkten z. Denna summa (som består av negativa termer) kan vara överuppräknelig, och definieras i allmänhet som infimum av sina ändliga partialsummor.

Vi kan bevisa att enveloppen EH är plurisubharmonisk så snart funktionen α uppfyller vissa tekniska villkor, till exempel om dess stöd är uppräkneligt, och om X tillhör en stor klass mångfalder vilken bland annat innehåller alla områden i Stein-mångfalder, alla Riemann-ytor och alla övertäckningsrum till projektiva algebraiska mångfalder. Dessutom har vi en formel för enveloppen EH:

$$EH = \sup\{\, u \in \mathrm{PSH}(X);\ u \leq 0,\ \nu_u \geq \alpha \,\}.$$

Här är $\nu_u(x)$ Lelong-talet för funktionen u i punkten $x \in X$. Om $\alpha(x_0) = 1$ för någon punkt $x_0 \in X$ och $\alpha = 0$ på $X \setminus \{x_0\}$, så sammanfaller EH med den plurikomplexa Green-funktionen för X med pol i x_0. För allmännare funktioner α är således EH en generaliserad plurikomplex Green-funktion, nämligen den största negativa plurisubharmoniska funktion på X vars Lelong-tal ingenstans understiger α.

Litteraturhänvisning

FINNUR LÁRUSSON & RAGNAR SIGURDSSON Plurisubharmonic functions and analytic discs on manifolds *Journal für die reine und angewandte Mathematik* **501** (1998) 1-39

Gennadi Henkin

Om ränder till komplexanalytiska varietéer

Låt X vara en komplex mångfald och $M \subset X$ en kompakt orienterad slät delmångfald. Ett flertal intressanta problem i komplex analys, geometri och matematisk fysik kan reduceras till följande fundamentala fråga: När utgör M randen till en komplexanalytisk varieté, eller allmännare, till en holomorf kedja T i X? Med andra ord, när gäller det att $M = \mathrm{b}\,T$, för någon holomorf kedja T?

I fallet då $\dim M \geq 3$ och X är en Stein-mångfald ges ett slående svar svar på denna fråga av ett resultat av Reese Harvey och Blaine Lawson från 1974. De visade att $M = \mathrm{b}\,T$ om och endast om M är en maximalt komplex Cauchy–Riemann-mångfald, det vill säga om varje tangentrum till M innehåller ett komplext delrum av maximal dimension.

Om X inte är Stein så är villkoret på maximal komplexitet förstås fortfarande nödvändigt, men i allmänhet inte längre tillräckligt för att kunna dra slutsatsen $M = \mathrm{b}\,T$. I fallet då X är $\mathbb{C}P^n$ eller någon mer allmän projektiv mångfald har vi följande lösning på randproblemet (som i det projektiva fallet först formulerades av James King 1978): Det finns en holomorf kedja T sådan att $M = \mathrm{b}\,T$ om och endast om för varje linjärt delrum $\mathbb{C}P^k \subset \mathbb{C}P^n$ med $k = n - (\dim_{\mathbb{R}} M - 1)/2$ snittet $M \cap \mathbb{C}P^k = \gamma$ är en sluten (ej säkert sammanhängande och ibland tom) kurva med egenskapen $\gamma = \mathrm{b}\,S$, där S är en holomorf 1-kedja.

Föreläsningen ger en överblick av nya resultat som har samband med randproblemet. Som exempel kan nämnas en generalisering av Harveys och Lawsons sats till fallet med rektifierbara CR-mångfalder av Tiên Cuong Dinh, en generalisering av Sophus Lies och Phillip Griffiths inversa Abel-sats i samarbete med Mikael Passare, samt Bruno Fabres exempel på strikt pseudokonvexa områden i $\mathbb{C}P^2$ som skär alla plana algebraiska kurvor, och därmed löser ett problem formulerat av Etuko Hirai 1970.

Litteraturhänvisning

Pierre Dolbeault & Gennadi Henkin Chaînes holomorphes de bord donné dans $\mathbb{C}P^n$ *Bulletin de la Société Mathématique de France* **125** (1997) 383-445

Bo Berndtsson

Några variationer på Hörmanders L^2-uppskattningar för $\bar\partial$

Den klassiska satsen av Lars Hörmander om lösningar till $\bar\partial$-problemet i viktade L^2-rum bygger i väsentlig grad på en integralolikhet. Det visar sig att denna olikhet i själva verket kan fås fram genom integration av nedanstående fundamentala differentialidentitet: För varje $\bar\partial$-sluten $(0,1)$-form $\alpha = \sum \alpha_j \, d\bar z_j$ och varje plurisubharmonisk viktsfunktion φ gäller sambandet

$$\sum \frac{\partial^2}{\partial z_j \partial \bar z_k}\big(\alpha_j \bar\alpha_k \, e^{-\varphi}\big) = -2\,\mathrm{Re}\,\partial\bar\partial^*\alpha \cdot \bar\alpha\, e^{-\varphi} + \sum \left|\frac{\partial \alpha_j}{\partial \bar z_k}\right|^2 e^{-\varphi} + |\bar\partial^*\alpha|^2 + \sum \varphi_{j\bar k}\alpha_j\bar\alpha_k \, e^{-\varphi},$$

där $\bar\partial^*$ betecknar den formella adjunkten till operatorn $\bar\partial$ på rummet $L^2(e^{-\varphi})$, det vill säga $\bar\partial^*\alpha = -e^{\varphi}\sum \partial\big(e^{-\varphi}\alpha_j\big)/\partial z_j$. En likartad formel förekommer hos Yum-Tong Siu i ett arbete från 1982.

Vår differentialformel är flexibel. Exemplevis kan bägge led multipliceras med faktorn $\pi^{-1}\log|z_1 - a_1|^{-2}$ innan man integrerar. För $n = 1$ leder detta till punktvisa uppskattningar av $|\alpha|^2 e^{-\varphi}$ och till följande skärpning av ett tidigare resultat av John Erik Fornaess och Nessim Sibony: Om $\Omega \subset \mathbb{C}$ har diameter ≤ 1 så finns för varje $p \in [1,2)$ en lösning u till ekvationen $\bar\partial u = f$ som uppfyller

$$\left[\int_\Omega \Big(|u|\, e^{-\varphi}\Big)^p\right]^{1/p} \leq C_p \int_\Omega |f|\, e^{-\varphi}.$$

Då $n > 1$ ger samma tillvägagångssätt ett nytt bevis för en välkänd sats av Takeo Ohsawa och Kenshō Takegoshi om utvidgning av holomorfa funktioner från snittet $\Omega \cap H$ av ett begränsat pseudokonvext område Ω och ett komplext hyperplan H.

Vi beskriver också viktade uppskattningar för $L^2(e^{-\varphi})$-minimala lösningar till $\bar\partial$-problemet med allmänna positiva plurisuperharmoniska viktsfunktioner w. Dessa resultat har nyligen vidareutvecklats av Henrik Delin till att omfatta även andra vikter w.

Litteraturhänvisningar

BO BERNDTSSON Weighted estimates for $\overline\partial$ in domains in $\mathbb{C}$ *Duke Mathematical Journal* **66** (1992) 239-255

BO BERNDTSSON The extension theorem of Ohsawa–Takegoshi and the theorem of Donnelly–Fefferman *Annales de l'Institut Fourier* **46** (1996) 1083-1094

BO BERNDTSSON Uniform estimates with weights for the $\overline\partial$-equation *Journal of Geometric Analysis* **7** (1997) 195-215

Detta gruppfoto med samtliga konferensdeltagare togs på lördagen omedelbart efter Lars Hörmanders föredrag. Det var fotograf Stig Larsson från Annells Foto i Trosa som tog bilden.

Bakre raden från vänster: Gennadi Henkin, Nikolay Shcherbina, Erik Løw, Per Manne, Lars Hörmander, Ragnar Sigurdsson, Hasse Carlsson, Bo Berndtsson, Björn Ivarsson, Ozan Öktem, Lars Alexandersson, Jan Boman, Anders Fällström, Johan Thorbiörnson, Finnur Lárusson, Leif Abrahamsson, Jörgen Boo, Lars Filipsson, Mikael Forsberg, Andreas Nilsson, Anders Olofsson

Främre raden från vänster: Wang Xiaoqin, Burglind Juhl-Jöricke, Timur Sadykov, Nils Øvrelid, Jim Arlebrink, Mikael Passare, Alain Yger, Jan-Erik Björk, Jockum Aniansson, Peter Grenholm, Henrik Delin, Stefan Halvarsson, Mats Andersson, Christer Kiselman, August Tsikh, Ulf Backlund, Yang Xing, Peter Ebenfelt